

ESERCIZI TUTORATO ALGEBRA 2
11 OTTOBRE 2019 - LEZIONE 1

MARCO ABBADINI

Esercizio 1. Si scriva il ciclo $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4)$ appartenente al gruppo simmetrico S_4 come prodotto di scambi.

Esercizio 2. Nel gruppo simmetrico S_7 , si consideri la permutazione

$$\sigma: \{1, \dots, 7\} \rightarrow \{1, \dots, 7\}$$

$$1 \mapsto 5$$

$$2 \mapsto 7$$

$$3 \mapsto 3$$

$$4 \mapsto 1$$

$$5 \mapsto 4$$

$$6 \mapsto 6$$

$$7 \mapsto 2$$

- (a) Si scriva la decomposizione in cicli disgiunti di σ , σ^2 e σ^3 .
(b) Si determini il periodo di σ in S_7 .

Esercizio 3 (Prova scritta, 28 Aprile 2017, eserc. 2). Provare che $\text{Sym}(\Omega)$ è un gruppo abeliano se e solo se $|\Omega| \leq 2$.

Esercizio 4. Definiamo

$$H := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix} : a, b, d \in \mathbb{R}, ad \neq 0 \right\},$$

$$M := \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{Z} \right\},$$

$$L := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_3, a \neq 0 \right\}$$

- (a) Provare che H , M ed L sono sottogruppi di $\text{GL}(2, \mathbb{R})$, $\text{GL}(2, \mathbb{R})$ e $\text{GL}(2, \mathbb{Z}_3)$, rispettivamente.
(b) Stabilire se H , M ed L sono ciclici.

Esercizio 5 (Primo compito, 19 Novembre 2015, eserc. 3). Sia n un intero positivo, e sia $\sigma \in S_n$ un ciclo di lunghezza k . Determinare il tipo di σ^2 .