ESERCIZI - FOGLIO 2
MATEMATICA 1, SCIENZE AMBIENTALI
ALGEBRA LINEARE
A.A. 2021/2022

Esercizio 1. Disegnare i seguenti sottoinsiemi del piano:

(1) Il più piccolo sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$ a cui appartiene $(0,0)$.
(2) Il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$ generato da $(-1, \frac{1}{2})$.
(3) L'insieme delle combinazioni lineari di $(-1, \frac{1}{2})$ e $(-3, 5)$.

Esercizio 2. Scrivere uno dei seguenti vettori come combinazione lineare degli altri due: $v_1 = (1, 0, \frac{1}{2})$, $v_2 = (1, 0, 1)$, $v_3 = (0, 0, 1)$. Inoltre, trovare dei numeri reali α_1, α_2, α_3 non tutti nulli tali che $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3$ è il vettore nullo.

Esercizio 3. Stabilire se è possibile scrivere uno dei seguenti vettori come combinazione lineare degli altri due: $(0, 0, 1)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$.

Esercizio 4 (Esercizio 5.(1) dell'esame del 23/6/2021)**.** Rappresentare graficamente, in $\mathbb{R}^2$, una coppia di vettori linearmente dipendenti e una coppia di vettori linearmente indipendenti.

Esercizio 5 (Esercizio 5.(1) dell'esame del 7/4/2021)**.** In $\mathbb{R}^3$, esibire tre vettori v_1, v_2, v_3 che siano linearmente indipendenti e tre vettori w_1, w_2, w_3 che siano linearmente dipendenti.

Esercizio 6 (Esercizio 5.(1).(c) dell'esame del 19/2/2020/Esercizio 5.(1).(a) dell'esame del 22/1/2020)**.** Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa: La somma di vettori linearmente dipendenti è pari al vettore nullo.

Esercizio 7 (Esercizio 5.(1).(c) dell'esame del 22/1/2020)**.** Stabilire se la seguente affermazione è vera o falsa: Per ogni vettore v, i vettori $3v$ e $-4v$ sono linearmente dipendenti.

Esercizio 8. A quale delle seguenti tipologie di sottoinsiemi di $\mathbb{R}^3$ appartiene l'insieme di combinazioni lineari dei tre vettori $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(-1, 2, 0)$?

(1) L'insieme il cui unico elemento è l'origine.
(2) Una retta passante per l'origine.
(3) Un piano passante per l'origine.
(4) $\mathbb{R}^3$ (cioè tutto lo spazio tridimensionale).

Esercizio 9. Siano v e w vettori di $\mathbb{R}^3$. Come può essere l'insieme di combinazioni lineari di v e w? (Più risposte sono possibili.)

(1) L'insieme il cui unico elemento è l'origine.
(2) Una retta passante per l'origine.
(3) Un piano passante per l'origine.
(4) $\mathbb{R}^3$ (cioè tutto lo spazio tridimensionale).

Date: 20 ottobre 2021.